

Ledtrådar till några uppgifter i Matematik 5000⁺ Kurs 2c

Christian Karlsson

9 februari 2023

Tänk på att uppgifter ofta kan lösas på olika sätt, så det är inte säkert att ledtrådarna här är de bästa utifrån hur *du* har tänkt. Men jag har försökt skriva något som leder fram till *en* möjlig lösning.

Använd inte ledtrådarna för tidigt, och tänk på att sluta läsa så fort du har fått någon idé om hur du kan fortsätta. Det är bara när du gör saker själv som du verkligen lär dig något!

Säg gärna till om något är konstigt här! Ibland kan ledtrådar bli snubbeltrådar, och det är ju inte meningen.

Uppgifter som tas upp:

1375, 1379, 1380

2109

2146, 2149

2161(c)

...

1375 Tänk på att allmänt gäller att

$$\text{medelvärde} = \frac{\text{summan}}{\text{antalet}}$$

vilket innebär att

$$\text{summan} = \text{antalet} \cdot \text{medelvärde}$$

Kan du med hjälp av detta teckna ett uttryck (med väl valda variabler) för den sammanlagda poängen, och på så vis få ihop en ekvation som kan användas i ett ekvationssystem?

1379 Här kommer vi inte att kunna bestämma alla parametrarna A , B och C entydigt, utan får nöja oss med att uttrycka till exempel A och B i C . Men uppgiften kommer ändå att kunna lösas. [Här finns lite mer att säga men det får bli en annan gång.]

1380 Hur stor måste *bensinhalten* (andelen bensin) vara i Lenas bränsleblandning? (Vi vet att den ska innehålla 19 delar bensin och 1 del olja).

Går det att teckna ett uttryck för bensinhalten (med väl valda variabler), och på så vis få ihop en ekvation som kan användas i ett ekvationssystem?

Kan vi dessutom få ihop en ekvation (med väl valda variabler) utifrån att vi vet att Lena behöver 25 liter bränsleblandning?

- 2109 Tänk på att ekvationen $(x - A)(x - B) = 0$ (som ju faktiskt är en andragradsekvation, ser du varför?) enligt nollproduktmetoden har lösningarna $x = A$ och $x = B$.

Kan detta användas "baklänges"? Alltså, om vi vet lösningarna, hur skulle en ekvation kunna se ut?

- 2146 Kanske blir det tydligare om vi sätter in parenteser och skriver ekvationen som $x^2 + 2x + (4p - 11) = 0$.

(Sedan måste vi tänka på att p i uppgiften är något helt annat än p i p - q -formeln. Om detta förvirrar kan vi byta p mot till exempel a , och skriva ekvationen som $x^2 + 2x + (4a - 11) = 0$.)

- 2149 **Variant 1** Om vi har en andragradsekvation med två okända parametrar (här b och c) men vet lösningarna kan parametrarna bestämmas genom att sätta in respektive lösning i ekvationen, vilket ger ett ekvationssystem med två ekvationer med b och c som okända.

Om vi gör så här med Indras lösning får vi reda på hur den ekvation som Indra löste såg ut, och kan ur den utläsa det korrekta värdet på c (men inte b eftersom hon skrev av den termen fel).

Om vi gör så här med Fanny lösning får vi reda på hur den ekvation som Fanny löste såg ut, och kan ur den utläsa det korrekta värdet på b (men inte c eftersom hon skrev av den termen fel).

Variant 2 Ett annat sätt att utifrån lösningarna ta reda på hur Indras och Fannys (delvis felaktigt avskrivna) ekvationer såg ut är att göra som i 2109.

- 2161(c) Notera att a alltid är ett udda tal (multiplicerar vi ett positivt heltal med 2 får vi ett jämnt tal, och om vi sedan adderar 1 blir det udda, så $2n + 1$ måste vara udda oavsett vilket n vi väljer). Kan du göra liknande resonemang för att övertyga dig om att b alltid är jämnt och att c alltid är udda?

Så metoden kommer alltid att ge tripplar där a och c är udda och b jämnt.

Men kan man tänka sig tripplar där alla tre talen är jämna? Vad händer om vi multiplicerar VL och HL i $a^2 + b^2 = c^2$, där a , b och c är tal i någon trippel enligt metoden i uppgiften, med 4 ($= 2^2$)?

(Kan du hitta ännu fler? Vad händer om vi istället för 4 multiplicerar med 9? Och så vidare?)