$\boxed{4342}$

(a) $e^z = i \qquad (*)$

Idé: Skriv HL på formen e^w, och jämför exponenterna.

(Två komplexa tal, skrivna på formen e^w, är lika om exponenterna är lika sånär som på $n \cdot 2\pi i$, där n heltal)

Detta eftersom e^z $\underbrace{}_{=r(\cos v + i \sin v)}$ är periodisk med perioden $2\pi i$, eftersom $\cos v$ och $\sin v$ är periodiska med perioden 2π

$$\left\{ i = 1\left(\cos\frac{\pi}{2} + i \sin\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}i} \right\}$$

Ekv. $(*)$ kan nu skrivas

$$e^z = e^{\frac{\pi}{2}i}$$

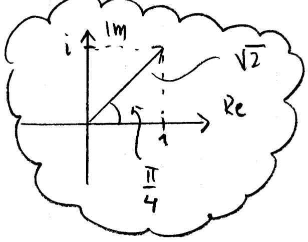
VL = HL om exponenterna är lika sånär som på $n \cdot 2\pi$, dvs.

$$z = \frac{\pi}{2}i + n \cdot 2\pi, \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$z = \left(\frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi\right) i, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \qquad (\underline{\underline{\text{Svar}}})$$

(b) $e^z = 1 + i \qquad (**)$

$$1 + i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right) = e^{\ln\sqrt{2}} \cdot e^{\frac{\pi}{4}i} = e^{\ln\sqrt{2} + \frac{\pi}{4}i}$$



$\sqrt{2} = e^{\ln\sqrt{2}}$

Ekv. $(**)$ kan nu skrivas

$$e^z = e^{\ln\sqrt{2} + \frac{\pi}{4}i}$$

VL = HL om exponenterna är lika sånär som på $n \cdot 2\pi$, dvs

$$z = \ln\sqrt{2} + \frac{\pi}{4}i + n \cdot 2\pi i$$

Om man vill: $\ln\sqrt{2} = \ln 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\ln 2$

$$z = \ln\sqrt{2} + \left(\frac{\pi}{4} + n \cdot 2\pi\right) i, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (\underline{\underline{\text{Svar}}})$$