3475

Produktionshastighet (i enheter / månad)

$$y = 100\left(1 + \sin\frac{\pi(x-2)}{6}\right) = 100 + 100\sin\frac{\pi(x-2)}{6}$$

där x är tiden i månader mätt från nyår.

Vi behöver bestämma tiden T sådan att

$$\int_0^T y(x)\,dx = 200 \qquad (*)$$

Tidsintegralen av produktionshastigheten ger produktionen, dvs antalet tillverkade enheter

För att göra integralen behöver vi först hitta primitiv funktion till y, låt oss kalla denna primitiva funktion Y. Prova med:

$$Y = 100x - 100\cdot\frac{6}{\pi}\cos\frac{\pi(x-2)}{6}$$

Derivera för att kontrollera att $Y' = y$:

inre derivatan

$$Y' = 100 - 100\cdot\frac{6}{\cancel{\pi}}\cdot\left(-\sin\frac{\pi(x-2)}{6}\right)\cdot\frac{\cancel{\pi}}{\cancel{6}} = 100 + 100\sin\frac{\pi(x-2)}{6} \quad \text{OK!}$$

Då får vi VL i $(*)$:

$$\int_0^T y(x)\,dx = \left[100x - 100\cdot\frac{6}{\pi}\cos\frac{\pi(x-2)}{6}\right]_0^T$$

$$= 100T - \frac{600}{\pi}\cos\frac{\pi(T-2)}{6} - \left(100\cdot 0 - \frac{600}{\pi}\cos\frac{\pi(0-2)}{6}\right)$$

$$= 100T - \frac{600}{\pi}\cos\frac{\pi(T-2)}{6} + \frac{600}{\pi}\cos\left(-\frac{2\pi}{6}\right)$$

Detta ska enligt $(*)$ sättas lika med 200. Ekvationen vi får då kommer inte att kunna lösas exakt, så vi fortsätter numeriskt.

$\boxed{3475}$

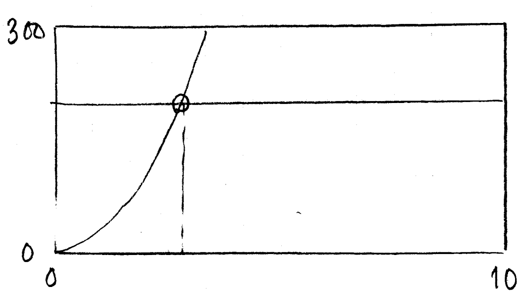
(forts)

Vi vill lösa ekvationen (*) som vi nu kan skriva

$$100T - \frac{600}{\pi}\cos\frac{\pi(T-2)}{6} + \frac{600}{\pi}\underbrace{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)}_{\frac{1}{2}} = 200$$

$$\underbrace{100T - \frac{600}{\pi}\cos\frac{\pi(T-2)}{6} + \frac{300}{\pi}}_{y_1} = \underbrace{200}_{y_2}$$

Rita grafen till VL och HL och avläs skärningspunkt med räknare:



Räknaren ger att $y_1 = y_2$

för $x \approx 2,79$

(F5 G-Solv F5 ISCT

Svar: Det bör ta 2,8 månader