3310

Visa att

$$y = \frac{1}{1+e^{-x}} \qquad (1)$$

är en lösning till

$$y' = y(1-y). \qquad (*)$$

Lösning:

Bestäm först derivatan y'. Låt

$$y = \frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{1}{u} = u^{-1}, \quad \text{där } u = 1+e^{-x}$$

Kedjeregeln ger

$$y' = (-1)u^{-2} \cdot u' = -\frac{1}{u^2} \cdot (-1)e^{-x} = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2} \qquad (2)$$

Insättning av (1) och (2) i $(*)$ ger

$$VL = y' = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2}$$

$$HL = y(1-y) = \frac{1}{1+e^{-x}}\left(1 - \frac{1}{1+e^{-x}}\right)$$

$$= \frac{1}{1+e^{-x}}\left(\frac{1+e^{-x}}{1+e^{-x}} - \frac{1}{1+e^{-x}}\right)$$

$$= \frac{1}{1+e^{-x}}\left(\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}\right) = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2}$$

VL = HL, alltså <u>är</u> (1) en lösning till $(*)$. □