Jag tycker att den här uppgiften hamnat fel. Gör man den med räknare blir den inte så intressant. Gör man den utan räknare blir den för svår i Ma 3c-kursen tycker jag, eftersom man behöver lösa en tredjegradsekvation (vilket vi kommer att lära oss att göra i Ma 4). Jag visar ändå nedan hur man kan göra den för hand.

$\boxed{3294}$ $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 24$

<u>Derivatans nollställen</u>

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 12x - 4 = 4(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$$

$f'(x) = 0$ ger $\underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x + 1}_{p(x)} = 0 \quad (*)$

Här kommer tredjegradsekvationen!

Vi försöker lösa den genom att faktorisera vänsterledet.

Tittar vi på ekvationen ett tag ser vi att $x = 1$ verkar vara en lösning. Vi kollar: $x = 1$ ger

$VL = 1^3 - 3\ 1^2 + 3\ 1 + 1 = 0$

$HL = 0$

$x = 1$ är alltså en lösning till ekvationen $(*)$

Om vi kallar VL i $(*)$ för $p(x)$ borde vi då kunna skriva $p(x)$ som

Om $x = 1$ är ett nollställe till ett polynom så är $(x-1)$ en faktor i polynomet

$$p(x) = (x-1)\cdot q(x),$$

där $q(x)$ är ett andragradspolynom. Vi sätter

$$q(x) = x^2 + ax + b$$

och får då

$$\begin{aligned} p(x) &= (x-1)(x^2 + ax + b) \\ &= x^3 + ax^2 + bx - x^2 - ax - b \\ &= x^3 + (a-1)x^2 + (b-a)x - b \end{aligned}$$

Kom ihåg att $p(x)$ var vänsterledet i $(*)$!

Jämför vi med $(*)$ får vi nu

$\boxed{3294}$

(forts)

$$\begin{cases} a - 1 = -3 \\ b - a = 3 \\ -b = -1 \end{cases}$$

det vill säga $a = -2,\ b = 1$

Då kan vi skriva vår ekvation (*) som

$$(x-1)(x^2 - 2x + 1) = 0$$

Nollproduktmetoden!

$x - 1 = 0$ eller $x^2 - 2x + 1 = 0$

$x = 1$ $\qquad$ $x = 1 \pm \sqrt{1-1}$

$x = 1$

Innebär att $p(x) = (x-1)^3$

Derivatan har alltså bara ett nollställe, $x = 1$.

Teckentabell

x		$\boxed{1}$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	MIN	$\nearrow$

$f'(0) = 4(0^3 - 3\cdot 0^2 + 3\cdot 0 - 1) < 0$

$f'(10) = 4(10^3 - 3\cdot 10^2 + 3\cdot 10 - 1) > 0$

Extremvärden

$f(1) = 1^4 - 4\cdot 1^3 + 6\cdot 1^2 - 4\cdot 1 + 24 = 23$ $\qquad$ (min)

Svar: Minimipunkt $(1, 23)$