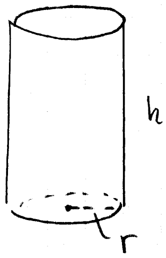
3247



Volymen är $1000\ cm^3$.

Låt radien vara r cm och höjden h cm.

(a) Cylinderns volym ges av $V = \pi r^2 h$. Insättning av $V = 1000$, $r = 4{,}0$ ger

$$1000 = \pi \cdot 4{,}0^2 \cdot h$$

$$h = \frac{1000}{\pi\, 4{,}0^2} \approx 19{,}89$$

Svar: 20 cm

(b) Cylinderns begränsningsarea

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h = 2\pi r(r+h) = 2\pi\, 4{,}0(4{,}0 + 19{,}89) \approx 600{,}53$$

Svar: $601\ cm^2$

(c) Samma beräkningar som i (a) och (b) men med $r = 6{,}0$ ger

$$h = \frac{1000}{\pi\ 6{,}0^2} \approx 8{,}84$$

$$A = 2\pi\, 6{,}0(6{,}0 + 8{,}84) \approx 559{,}52$$

Svar: $560\ cm^2$

(d) Vi ska minimera arean

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r(r+h) \qquad (*)$$

Behöver samband mellan r och h! Volymen är $1000\ cm^3$, vilket ger

$$1000 = \pi r^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{1000}{\pi r^2} \qquad (1)$$

Insättning i $(*)$ ger

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{1000}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r}$$

3247 (forts)

Ska alltså minimera

$$A = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r} = 2\pi r^2 + 2000 r^{-1}, \quad r > 0$$

Derivatans nollställen?

$$A' = 2\pi \cdot 2r + 2000(-1) \cdot r^{-2} = 4\pi r - \frac{2000}{r^2}$$

$A' = 0$ ger $\quad 4\pi r - \dfrac{2000}{r^2} = 0$

$$4\pi r^3 - 2000 = 0$$

$$r^3 = \frac{2000}{4\pi}$$

$$r^3 = \frac{500}{\pi}$$

$$r = \left(\frac{500}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 5{,}42 \qquad (2)$$

Teckentabell

r	0		$\left(\frac{500}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$	
A'		$-$	0	$+$
A		↘	MIN	↗

Höjden då A minimal fås genom insättning av (2) i (1):

$$h = \frac{1000}{\pi r^2} \approx \frac{1000}{\pi \cdot 5{,}42^2} \approx 10{,}84$$

Svar: Radien 5,4 cm, höjden 10,8 cm.