$\boxed{3246}$

Visa att $x + \dfrac{1}{x} \geq 2$ för $x > 0$.

Lösning:

Bilda funktionen $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$ och undersök grafen

$$f(x) = x + \frac{1}{x} = x + x^{-1}$$

Derivatans nollställen

$$f'(x) = 1 + (-1)x^{-2} = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$f'(x) = 0$ ger $1 - \dfrac{1}{x^2} = 0$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

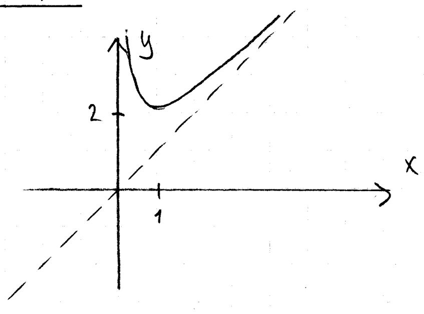
Teckentabell

x	$(\boxed{-1})$	0	$\boxed{1}$	
$f'(x)$	0	ej det $-$	0	$+$
$f(x)$		ej det $\searrow$	2 MIN	$\nearrow$

Extremvärden

$$f(1) = 1 + \frac{1}{1} = 2$$

Grafen



x-värden långt från 0: $f(x) \approx x$

x-värden nära 0: $f(x) \approx \dfrac{1}{x}$

y-axeln och linjen $y = x$ är alltså asymptoter till grafen.

3246

(forts)

Eftersom $f(x)$ har minsta värdet 2 (för $x>0$)

har vi visat att

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad \text{för } x>0 \qquad \square$$