$\boxed{2473}$

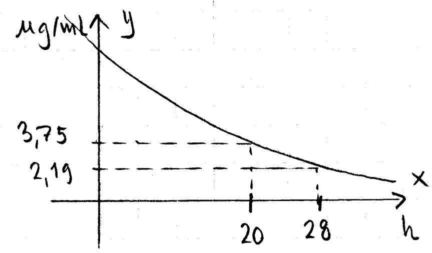
x: tid i timmar från det att Pontus drack vätskan

y: halt i $\mu g/ml$ av giftet

Vi vet att $y = 3{,}75$ då $x = 20$ (1)

$y = 2{,}19$ då $x = 28$. (2)

Ansätt $\boxed{y = C \cdot a^x}$ (halten antas avta exponentiellt).



Insättning av (1) och (2) ger

$$\begin{cases} 3{,}75 = C \cdot a^{20} & (3) \\ 2{,}19 = C \cdot a^{28} & (4) \end{cases}$$

Dividera (4) med (3) ledvis:

$$\frac{2{,}19}{3{,}75} = \frac{\cancel{C} \cdot a^{28}}{\cancel{C} a^{20}}$$

$$a^8 = \frac{2{,}19}{3{,}75}$$

$$a = \left(\frac{2{,}19}{3{,}75}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 0{,}93498$$

Insättning i (3) ger

$$3{,}75 = C \cdot 0{,}93498^{20}$$

$$C = 14{,}39$$

Alltså:

$$\boxed{y = 14{,}39 \cdot 0{,}93498^x} \qquad (*)$$

(a) Vi ser att $y(0) = 14{,}39$. Alltså var halten aldrig högre än $14{,}39 \mu g/ml$.

Svar: Nej

(b) Bestäm $y'(30)$.

$$y' = 14{,}39 \cdot 0{,}93498^x \cdot \ln 0{,}93498$$

$$y'(30) = 14{,}39 \cdot 0{,}93498^{30} \ln 0{,}93498 = -0{,}129$$

2473

(forts)

Svar: Förändringshastigheten är $-0,13\ \mu g/mL$ per timme.

(Vilket innebär att halten minskar med $0,13\ \mu g/mL$ per timme)

(c) Bestäm x då halten halveras, dvs då $y = \frac{14,39}{2}$.

Insättning av $y = \frac{14,39}{2}$ i (*) ger

$$\frac{14,39}{2} = 14,39 \cdot 0,93498^x$$

$$\frac{1}{2} = 0,93498^x$$

$\ln\frac{1}{2} = \ln(0,93498^x)$

$\ln\frac{1}{2} = x \cdot \ln 0,93498$

$$x \cdot \ln 0,93498 = \ln\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\ln\frac{1}{2}}{\ln 0,93498} \approx 10,3$$

Svar: 10,3 timmar

Notera att (b) och (c) kan lösas med grafritande räknare (som kan beräkna derivatavärden).

Notera också att man kan få lite lättare räkningar i början om man låter x vara tiden mätt från första mättillfället (alltså 20h efter intaget). Då vet vi att

$y(0) = 3,75$. Ger direkt att $C = 3,75$

$y(8) = 2,19$

Man måste då tänka på att i (a) beräkna $y(-15)$ för att få halten direkt efter intaget. I (b) behöver man beräkna $y'(10)$.