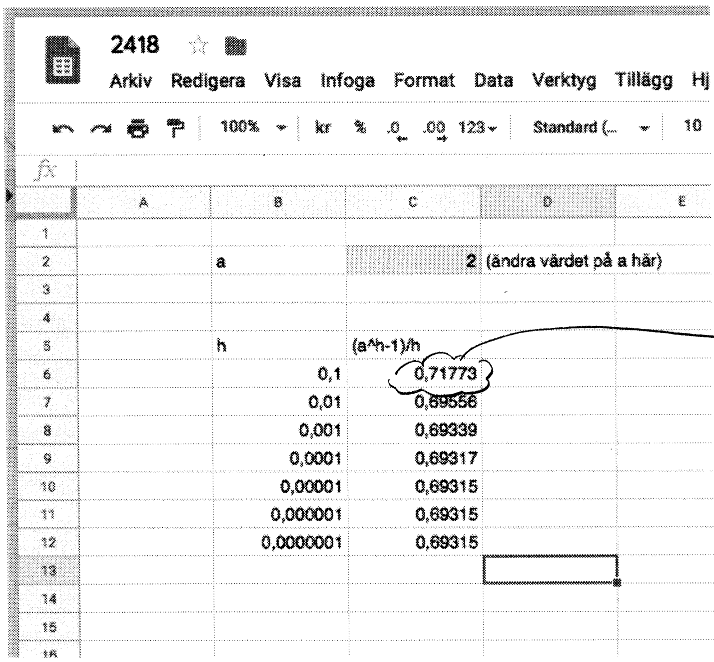
2418

Vi behöver pröva oss fram genom att välja olika värden på a och genomföra numeriska gränsvärdesberäkningar för varje värde på a.

Vi använder ett kalkylprogram för gränsvärdesberäkningarna:



2418

Arkiv Redigera Visa Infoga Format Data Verktyg Tillägg Hj

	A	B	C	D	E
1					
2		a	2	(ändra värdet på a här)	
3					
4					
5		h	(a^h-1)/h		
6		0,1	0,71773		
7		0,01	0,69556		
8		0,001	0,69339		
9		0,0001	0,69317		
10		0,00001	0,69315		
11		0,000001	0,69315		
12		0,0000001	0,69315		
13					
14					
15					

(Filen finns på www.tinyurl.com/Ma5000-Ma3c-2418)

=(C2^B6-1)/B6

Nu kan vi pröva oss fram:

a	$\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{a^h - 1}{h}$
2	0,69315
1,5	0,40547
1,7	0,53063
1,6	0,47000
1,65	0,50078
1,64	0,49470
1,645	0,49774
1,6480	0,49956
1,6490	0,50017
1,6485	0,49987
1,6487	0,49999

Svar: $a \approx 1,649$

2418

(forts)

Om man vet att derivatan till $f(x) = a^x$ är $f'(x) = a^x \ln a$

kan vi lösa uppgiften så här:

Gränsvärdet $\lim_{h \to 0} \frac{a^h - 1}{h}$ känner vi igen som $f'(0)$ då $f(x) = a^x$,

eftersom derivatans definition då ger:

$$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{a^{0+h} - a^0}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{a^h - 1}{h}$$

Nu kan vi beräkna $f'(0)$ med hjälp av deriveringsregler:

$$f'(x) = a^x \cdot \ln a$$

$$f'(0) = a^0 \cdot \ln a = \ln a$$

Alltså får vi att $\lim_{h \to 0} \frac{a^h - 1}{h} = \ln a$,

och ekvationen i uppgiften kan skrivas

$$\ln a = 0{,}5$$

$$a = e^{0{,}5} \approx 1{,}649$$

Svar: 1,649