$\boxed{4156}$

(a) 510 520 530 540 540 550 560 570

Räknaren ger $\bar{x} = 540$, $s = 20$

STAT $\boxed{F2}$ $\boxed{F1}$
CALC 1VAR

(b) Subtrahera alla värden med 500:

10 20 30 40 40 50 60 70

Räknaren ger $\bar{x} = 40$, $s = 20$

Medelvärdet minskar med 500, standardavvikelsen är densamma

(c) Subtrahera alla värden med 500 och dividera med 5:

2 4 6 8 8 10 12 14

Räknaren ger $\bar{x} = 8$, $s = 4$

det vi subtraherade med…

Nya medelvärdet = (gamla medelvärdet − 500) / 5,

…och det vi sedan dividerade med

nya standardavvikelsen = gamla standardavvikelsen / 5.

(d) Utifrån det vi sett ovan verkar det som att vi ska subtrahera alla värden med ursprungliga medelvärdet och sedan dividera med ursprungliga standardavvikelsen.

Vi testar genom att subtrahera med 540 och dividera med 20:

−1,5 −1 −0,5 0 0 0,5 1 1,5

Räknaren ger $\bar{x} = 0$, $s = 1$ Det stämmer!

Svar: Medelvärdet respektive standardavvikelsen

Allmänt resonemang (överkurs):

Antag att vi har n värden $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$.

Då är medelvärdet

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

och standardavvikelsen

$$s = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + (x_3-\bar{x})^2 + \ldots + (x_n-\bar{x})^2}{n-1}}$$

Om vi nu subtraherar alla värden med $\bar{x}$ blir det nya medelvärdet

$$\bar{x}_{ny} = \frac{(x_1-\bar{x}) + (x_2-\bar{x}) + (x_3-\bar{x}) + \ldots + (x_n-\bar{x})}{n}$$

$$= \frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n - n\bar{x}}{n} = \frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n}{n} - \frac{n\bar{x}}{n}$$

$$= \bar{x} - \bar{x} = 0,$$

vilket visar att om vi subtraherar alla värden med $\bar{x}$ kommer de nya värdena att ha medelvärdet 0.

Om vi istället dividerar alla värden med s blir det nya medelvärdet

$$x_{ny} = \frac{\frac{x_1}{s} + \frac{x_2}{s} + \frac{x_3}{s} + \ldots + \frac{x_n}{s}}{n} = \frac{\frac{1}{s}(x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n)}{n}$$

$$= \frac{1}{s}\,\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n}{n} = \frac{1}{s}\cdot\bar{x} = \frac{\bar{x}}{s}$$

Den nya standardavvikelsen blir

$$s_{ny} = \sqrt{\frac{\left(\frac{x_1}{s}-\frac{\bar{x}}{s}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{s}-\frac{\bar{x}}{s}\right)^2 + \left(\frac{x_3}{s}-\frac{\bar{x}}{s}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{x_n}{s}-\frac{\bar{x}}{s}\right)^2}{n-1}}$$

Överkurs!

$$= \sqrt{\frac{\frac{1}{s^2}(x_1-\bar{x})^2 + \frac{1}{s^2}(x_2-\bar{x})^2 + \frac{1}{s^2}(x_3-\bar{x})^2 + \ldots + \frac{1}{s^2}(x_n-\bar{x})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{1}{s^2}\left((x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2\right)}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{s^2}}\sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2}{n-1}}$$

$$= \frac{1}{s}\cdot s = 1,$$

vilket visar att om vi dividerar alla värden med s kommer de nya värdena att ha standardavvikelsen 1.