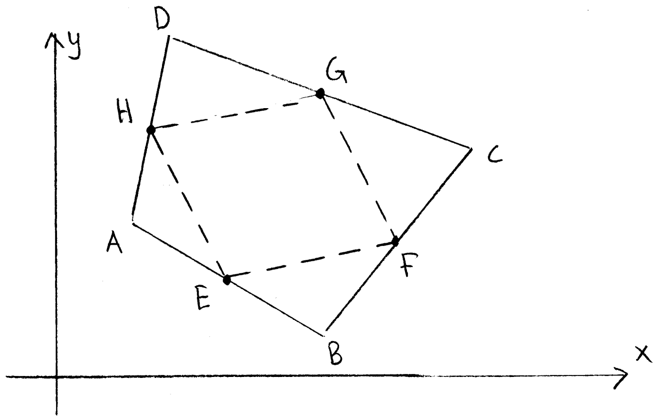
3435



A: (x_A, y_A)

B: (x_B, y_B)

C: (x_C, y_C)

D: (x_D, y_D)

Vi behöver visa att $EH \parallel FG$ och att $EF \parallel HG$

För att göra detta bestämmer vi lutningar för linjer EH och FG samt EF och HG

Mittpunkternas koordinater:

$$E: \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right), \quad F: \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right)$$

$$G: \left(\frac{x_C + x_D}{2}, \frac{y_C + y_D}{2}\right), \quad H: \left(\frac{x_A + x_D}{2}, \frac{y_A + y_D}{2}\right)$$

Lutningen för linje genom E och H:

$$k_{EH} = \frac{\frac{y_A + y_D}{2} - \frac{y_A + y_B}{2}}{\frac{x_A + x_D}{2} - \frac{x_A + x_B}{2}} = \frac{y_A + y_D - y_A - y_B}{x_A + x_D - x_A - x_B} = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B}$$

Lutningen för linje genom F och G:

$$k_{FG} = \frac{\frac{y_C + y_D}{2} - \frac{y_B + y_C}{2}}{\frac{x_C + x_D}{2} - \frac{x_B + x_C}{2}} = \frac{y_C + y_D - y_B - y_C}{x_C + x_D - x_B - x_C} = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B}$$

Alltså är $k_{EH} = k_{FG}$, vilket visar att $EH \parallel FG$

3435

(forts)

Lutningen för linje genom E och F:

$$k_{EF} = \frac{\dfrac{y_B + y_C}{2} - \dfrac{y_A + y_B}{2}}{\dfrac{x_B + x_C}{2} - \dfrac{x_A + x_B}{2}} = \frac{y_B + y_C - y_A - y_B}{x_B + x_C - x_A - x_B} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

Lutningen för linje genom H och G:

$$k_{HG} = \frac{\dfrac{y_C + y_D}{2} - \dfrac{y_A + y_D}{2}}{\dfrac{x_C + x_D}{2} - \dfrac{x_A + x_D}{2}} = \frac{y_C + y_D - y_A - y_D}{x_C + x_D - x_A - x_D} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

Alltså är $k_{EF} = k_{HG}$, vilket visar att $EF \parallel FG$.

Då har vi visat att $EH \parallel FG$ och att $EF \parallel FG$, och då är EFGH en parallellogram. □