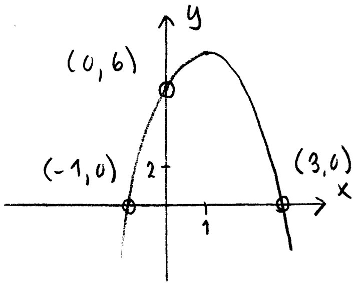
Den här uppgiften tycker jag kommer för tidigt. Den löses enklast med metoder från s. 99–101.

2253 (a)



Vi avläser tre punkter på grafen:

$(-1, 0)$, $(3, 0)$ och $(0, 6)$

Ansätt se s. 99

$$y = k(x-A)(x-B) \qquad (*)$$

Vi vet att funktionens nollställen är $x=-1$ och $x=3$. Insättning av $A=-1$, $B=3$ i $(*)$:

$x-(-1) = x+1$

$$y = k(x+1)(x-3)$$

Insättning av den tredje punktens koordinater $(x=0, y=6)$ ger:

$$6 = k(0+1)(0-3)$$

$$6 = k \cdot 1 \cdot (-3)$$

$$k = -2$$

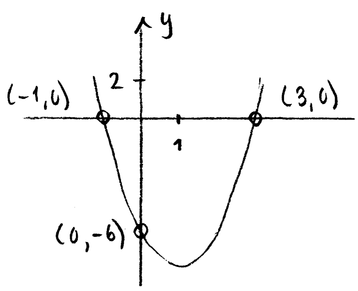
Då har vi alltså

$$y = -2(x+1)(x-3) = -2(x^2-3x+x-3) = -2x^2+4x+6,$$

det vill säga $a=-2$, $b=4$, $c=6$.

Svar: $a=-2$, $b=4$, $c=6$.

(b) Om grafen speglas i x-axeln ser det ut så här istället:



Vi avläser tre punkter på grafen:

$(-1, 0)$, $(3, 0)$ och $(0, -6)$

Ansätt

$$y = k(x-A)\cdot(x-B) \qquad (**)$$

2253

(forts.)

Vi vet att funktionens nollställen är $x = -1$ och $x = 3$.

Insättning av $A = -1$, $B = 3$ i (**) ger:

$$y = k(x+1)(x-3)$$

Insättning av den tredje punktens koordinater $(x = 0,\ y = -6)$ ger

$$-6 = k(0+1)(0-3)$$

$$-6 = k \cdot 1 \cdot (-3)$$

$$k = 2$$

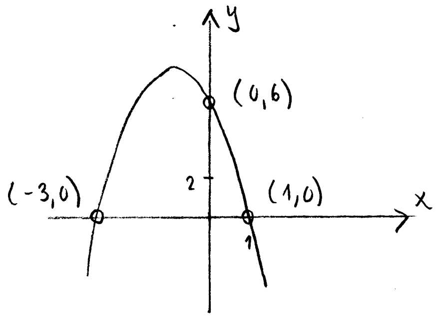
Då har vi alltså

$$y = 2(x+1)(x-3) = 2(x^2 - 3x + x - 3) = 2x^2 - 4x - 6,$$

det vill säga $a_{ny} = 2$, $b_{ny} = -4$, $c_{ny} = -6$

Svar: $a_{ny} = 2$, $b_{ny} = -4$, $c_{ny} = -6$ (dvs alla värden byter tecken)

(c) Om grafen speglas i y-axeln ser det ut så här istället:



Vi avläser tre punkter på grafen:

$(-3, 0)$, $(1, 0)$ och $(0, 6)$

Ansätt

$$y = k(x - A) \cdot (x - B) \qquad (***)$$

Vi vet att funktionens nollställen är $x = -3$ och $x = 1$

Insättning av $A = -3$, $B = 1$ i (***) ger

$$y = k(x+3) \cdot (x-1)$$

Insättning av den tredje punktens koordinater $(x = 0,\ y = 6)$ ger

$$6 = k(0+3) \cdot (0-1)$$

$$6 = k \cdot (-3)$$

$\boxed{2253}$

(forts.)

$k = -2$

Då har vi alltså

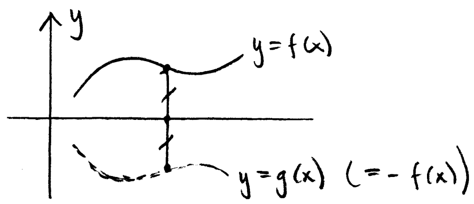
$$y = -2(x+3)(x-1) = -2(x^2 - x + 3x - 3) = -2x^2 - 4x + 6,$$

det vill säga $a_{ny} = -2$, $b_{ny} = -4$, $c_{ny} = 6$.

Svar: $a_{ny} = -2$, $b_{ny} = -4$, $c_{ny} = 6$ (dvs b byter tecken, jämfört med uppgift (a))

Svaret till (b)-uppgiften kan vi komma fram till på ett alternativt sätt:

Om vi har en funktion $f(x)$ kommer grafen till en annan funktion $g(x) = -f(x)$ att vara spegelbilden i x-axeln av grafen till $f(x)$, eftersom att $g(x) = -f(x)$ innebär att varje punkt på grafen till g ligger lika långt från x-axeln som motsvarande punkt på grafen till f, men på motsatt sida:



Om grafen i figuren i uppgiften beskrivs av

$$y_1 = -2x^2 + 4x^2 + 6$$

kommer den i x-axeln speglade grafen att beskrivas av

$$y_2 = -y_1 = -(-2x^2 + 4x + 6) = 2x^2 - 4x - 6$$

dvs $a_{ny} = 2$, $b_{ny} = -4$, $c_{ny} = -6$, precis som vi såg i (b)-uppgiften ovan.