Ledtrådar (Ergo Fysik 1)

Nedan följer ledtrådar och lösningshjälp till en del uppgifter i *Ergo Fysik 1* av Pålsgård med flera (fjärde upplagans första tryckning).

Detta är en tidig version. Säg gärna till om du hittar konstigheter eller saknar någon uppgift!

Kapitel 12

RITA ALLTID FIGUR!

Metodruta 12.1: Relativa hastigheter

Ej klart!

12.01 Tänk dig att du sitter i bil B. (a) Med vilken fart ser du A åka ifrån dig (om A från början låg före)? (b) Med vilken fart ser du B komma emot dig?

A:s hastighet relativt B kan också beräknas enligt $v_{\text{A relativt B}} = v_\text{A} - v_\text{B}$, där v_A och v_B är A:s respektive B:s hastigheter i något referenssystem. Var noggrann med positiv riktning och tecken! (Egentligen är sambandet $\vec{v}_{\text{A relativt B}} = \vec{v}_\text{A} - \vec{v}_\text{B}$.)

12.02 (a) Vi får anta att båten hela tiden kör mot andra stranden på sådant vis att båtens hastighet hela tiden är vinkelrät mot vattnets hastighet. Bestäm hur lång tid det tar för båten att komma över (tiden är densamma oberoende av hur snabbt vattnet strömmar). Hur lång sträcka driver båten med i vattnet under denna tid? (b) Båtens hastighet relativt vattnet (vars storlek är 1,5 m/s) måste vara riktad så att komposanten i vattnets strömningsrikting är lika stor som vattnets hastighet (0,45 m/s).

12.03 (a) När vi rör oss mot stjärnan borde vi mäta en lite större hastighet, och när vi rör oss från stjärnan en lite mindre hastighet. (c) Se s. 381.

Metodruta 12.2: Tidsdilatation och längdkontraktion

Eftersom det inte går att avgöra vilket system som rör sig så är det bättre att försöka utröna i vilket system det förlopp som vi är intresserade av utspelas (alternativt, i vilket system det föremål vi ska längdbestämma är i vila).

Vi kan tänka oss två observatörer som befinner sig i varsitt referenssystem som rör sig i förhållande till varandra med den relativa hastigheten v. Låt…

…Δt_0 vara tiden för ett förlopp mätt av en observatör i vila i förhållande till förloppet.

…Δt vara tiden för samma förlopp mätt av den andra observatören.

…l_0 vara ett avstånd (parallellt med relativa hastigheten $\vec{v}$) mätt av den ena observatören i sitt eget referenssystem.

…l vara samma avstånd mätt av den andre observatören.

Då gäller

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Här är c ljusfarten i vakuum, $c = 299\,792\,458$ m/s.

Observera att egentiden Δt_0 alltid är mindre än Δt (och att l alltid är mindre än l_0).

Metodruta 12.3: Gammafaktorn

Relativistiska formler kan oftas skrivas på kortare form om man inför gammafaktorn

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Tidsdilations- och längdkontraktionsformlerna kan då skrivas

$$\Delta t = \Delta t_0 \gamma, \qquad l = \frac{l_0}{\gamma}.$$

Observera att gammafaktorn alltid är större än 1.

12.04 Förloppet ifråga är något som tar ett dygn på jorden (t.ex. tiden mellan det att solen står högst på himlen). Det är en observatör på jorden som är i vila i förhållande till förloppet. Rymdfararna rör sig i förhållande till det system där förloppet utspelar sig och mäter således den längre tiden, Δt.

12.05 Någon som är ombord på rymdskeppet är i vila i förhållande till det och kommer att mäta dess längd till 85 m. Du rör dig i förhållande till rymdskeppet och kommer att mäta den kortare längden, l.

12.06 (a) Du är i vila i förhållande till ditt eget rymdskepp och mäter längden l_0. (b) Du rör sig i förhållande till din väns rymdskepp och mäter den kortare längden l. (c) Sätt in $l_0 = 25$ m, $l = 24$ m i längdkontraktionsformeln och bestäm v.

Metodruta 12.4: Relativistisk energi (partikel)

En partikel med vilomassan m har viloenergin

$$E_0 = mc^2.$$

Om partikeln rör sig med farten v är dess rörelseenergi

$$E_\mathrm{k} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2 = mc^2(\gamma - 1).$$

Partikelns totala energi är

$$E_\mathrm{tot} = E_0 + E_\mathrm{k} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma mc^2.$$

12.07 Använd de relativistiska energisambanden (se metodruta 12.4).

12.08 Sätt $\gamma = 2$ i definitionen av gammafaktorn (se metodruta 12.3).

12.09 Använd att $E_\mathrm{tot} = E_0 + E_\mathrm{k}$, och tänk på att 1 eV $=$ $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J.

12.10 Fotonens energi måste vara minst lika stor som summan av en elektrons och en positrons vilonergier. En positron är antipartikel till en elektron, och har likas stor massa som en elektron. Elektronmassan kan slås upp i formelsamlingen.

12.11 Använd att $E_\mathrm{tot} = \gamma mc^2 = \gamma E_0$, där E_0 är viloenergin.

12.12 (a) Använd definitionen av gammafaktorn (se metodruta 12.3). (b) Använd den relativistiska formeln för rörelseenergin (se metodruta 12.4).

12.13 (a) Använd relativistiska formeln för rörelseenergi (se metodruta 12.4). (b) Använd relativistiska formeln för rörelseenergi (se metodruta 12.4). (Bestäm eventuellt först gammafaktorn, och därefter hastigheten.)

12.14 (a) Använd relativistiska formeln för rörelseenergi (se metodruta 12.4). (b) Tänk på att här är ökningen av rörelseenergin lika stor som det av kraften uträttade arbetet, $A = \Delta E_\mathrm{k}$, där arbetet per definition är $A = Fs$. (c) Använd relativistiska formeln för totalenergi (se metodruta 12.4).

12.15 (c) Använd relativistiska formeln för totalenergi (se metodruta 12.4). (Bestäm eventuellt först gammafaktorn, och därefter hastigheten.)

12.16 (a) Rörelsemängdens bevarande. (Denna uppgift kommer för tidigt. I Fy 2-kursen kommer vi att se att en foton i ljus med våglängden λ har rörelsemängden $p = \frac{h}{\lambda}$ där h är Plancks konstant.) (b) Återigen rörelsemängdens bevarande. Beräkna den totala energin för elektronen och positronen tillsammans (se metodruta 12.4).

Metodruta 12.5: Relativistisk energi (system av partiklar)

Ett system av partiklar med massan m har massenergin (?lämpligast benämning?)

$$E_0 = mc^2.$$

Tillförs systemet energimängden ΔE_0 kommer massan att öka med

$$\Delta m = \frac{\Delta E_0}{c^2}.$$

(Om systemet avger energimängden minskar istället massan.)

Om systemet som helhet rör sig med farten v är dess (translations)rörelseenergi

$$E_\mathrm{k} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2 = mc^2(\gamma - 1).$$

Systemets totala energi är då

$$E_\mathrm{tot} = E_0 + E_\mathrm{k} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma mc^2.$$