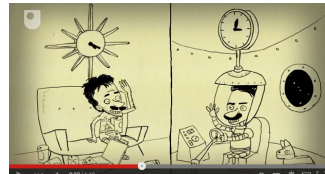


Speciell relativitetsteori

Uppdaterad: 191121

- | | |
|---|--|
| [1] Relativ rörelse och referenssystem | [14] Hastighetsaddition (relativistiskt) |
| [2] Hastighetsaddition (klassiskt) | [15] Relativistisk rörelsemängd / |
| [3] Albert Einstein | [16] Energi (partikel) |
| [4] Speciell relativitetsteori bygger på två postulat | [17] Energi (partikel) |
| [5] Konsekvenser av postulaten | [18] Energi (system av partiklar) |
| [6] Tidsdilatation och längdkontraktion | [19] Energi (system av partiklar) |
| [7] Ett räknexempel / | [20] Ett sista räknexempel |
| [8] Ett räknexempel (forts.) | [21] Principen bakom LHC-experimenten |
| [9] Tidsdilatation och längdkontraktion | [22] Lite om antimateria |
| [10] Härledning av tidsdilationsformeln | |
| [11] Men kan det verkligen vara så här? | |
| [12] GPS och relativitetsteori | |
| [13] Hur ser det ut när man åker fort? | |

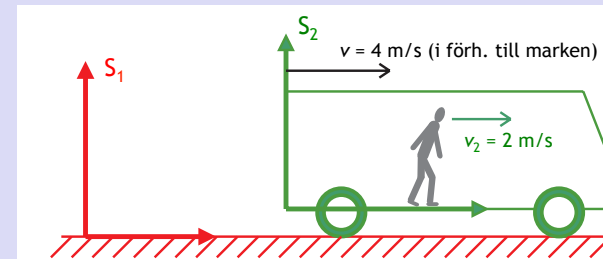


Har jag använt någon bild som jag inte får använda? Låt mig veta så tar jag bort den.
christian.karlsson@ckfysik.se



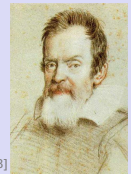
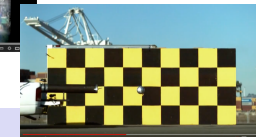
http://www.youtube.com/watch?v=QOLZd-5-pJ8

Hastighetsaddition (klassiskt)



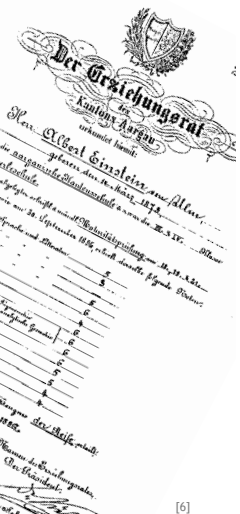
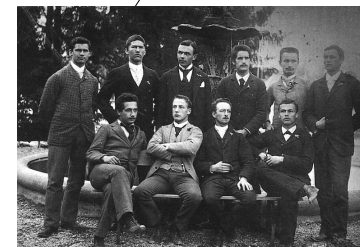
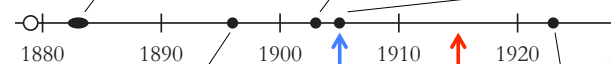
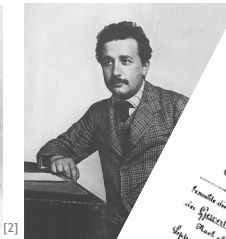
Klassiskt (Galileo):

Alberts hast.
i förh. till marken
 $v_1 = v + v_2$
 $= 6 \text{ m/s}$

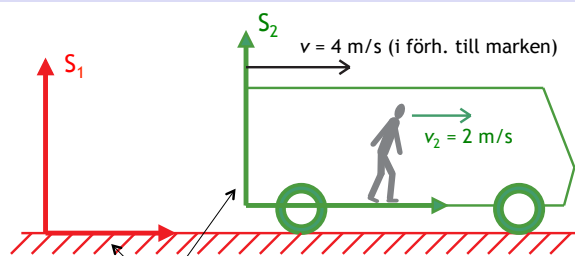


Klassisk mekanik

Albert Einstein (1879-1955)



Relativ rörelse och referenssystem



Referenssystem

S_1 i vila i förhållande till marken

S_2 i vila i förhållande till bussen

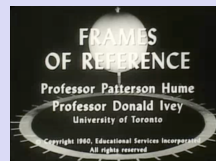
Koordinatsystem i vila i förhållande till något referensföremål (t.ex. marken eller bussen)

(i förhållande till bussen)

Alberts fart i S_2 : $v_2 = 2 \text{ m/s}$

S_1 : $v_1 = 4 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$

(i förhållande till marken)



Rörelse med konstant hastighet är relativ!

http://www.youtube.com/watch?v=arDQidgUOY

Speciell relativitetsteori bygger på två postulater

Einsteins postulat (1905):

- 1) Fysikens lagar har samma form i alla tröghetssystem.
- 2) Ljushastigheten i vakuum (c) densamma i alla tröghetssystem.

891

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

8. Zur Elektrodynamik bewegter Körper;
von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgestellt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden im Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und denselben Verläufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die müßigen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung an-

[14]

Referenzsystem som *inte* accelererar
(egentligen: referenzsystem där tröghets-
lagen (Newton I)
gäller).

Tröghetssystem rör
sig med konstant
fart i förhållande
till varandra.

Examples of this sort, together with the unsuccessful attempts to discover any motion of the earth relatively to the “light medium,” suggest that the phenomena of electrodynamics as well as of mechanics possess no properties corresponding to the idea of absolute rest. They suggest rather that, as has already been shown to the first order of small quantities, the same laws of electrodynamics and optics will be valid for all frames of reference for which the equations of mechanics hold good.¹ We will raise this conjecture (the purport of which will hereafter be called the “Principle of Relativity”) to the status of a postulate, and also introduce another postulate, which is only apparently irreconcilable with the former, namely, that light is always propagated in empty space with a definite velocity c which is independent of the state of motion of the emitting body. These two postulates suffice for the attainment of a simple and consistent theory of the electrodynamics of moving bodies based on Maxwell’s theory for stationary bodies. The introduction of a “luminiferous ether” will prove to be superfluous inasmuch as the view here to be developed will not require an “absolutely stationary space” provided with special properties, nor

[15]

Konsekvenser av postulaten

Viktig konsekvens: Samtidighet är relativt!

Samtidiga händelser i ett referenssystem måste inte vara samtidiga i ett annat.



[16]

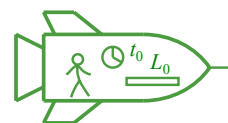
2)

[Ej klart, se boken så länge.]

”Allting är relativt” NEJ!
Vissa saker beror på i vilket
tröghetssystem man befinner
sig i, men det betyder INTE
att ”allt är relativt”.

Tidsdilatation (-förlängning) och längdkontraktion

Tid och rum ter sig olika för observatörer i olika tröghetssystem!



(egentid, vilotid)

mätt av observatör i vila
i förh. till klockan (förloppet)

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \gamma t_0$$

mätt av observatör i rörelse
i förh. till klockan (förloppet)

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2} = \frac{L_0}{\gamma}$$

Notera: $t > t_0$, $L < L_0$

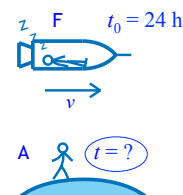
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Ett räkneexempel

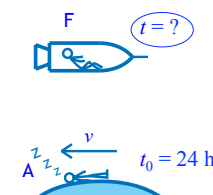
($v = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

($v = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

1. Arthur står på jorden och ser ett rymdskepp fara förbi. I rymdskeppet tar Ford en 24 h-tupplur (enligt sin klocka). Hur lång tid tar tuppluren enligt Arthur?



2. Ford sitter i sitt rymdskepp och ser jorden passera. På jorden tar Arthur en 24 h-tupplur (enligt sin klocka). Hur lång tid tar tuppluren enligt Ford?



Ett räkneexempel (forts.)

Observera att både A och F hävdar att den andres klocka saktar sig!
Ointuitivt, men inte ologiskt! Det är verkligen så det förhåller sig!
 (Så länge A och F rör sig i förh. till varandra med konstant relativ hastighet.)

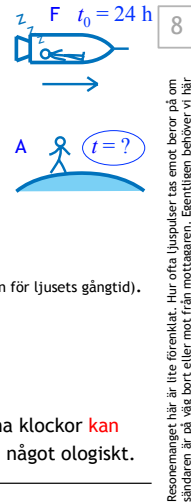
Antag t.ex. att F skickar ut en ljuspuls var 24:e timme.
 A (och vi på jorden) kommer att emot en ljuspuls var 32:e timme (efter korrektion för ljusets gångtid).

Och om A och vi på jorden skickar ut en ljuspuls var 24:e timme
 så kommer F i rymdskeppet att ta emot en ljuspuls var 32:e timme.

Det är inget ~~konstigt~~ ologiskt med detta! Så länge de inte försöker jämföra sina klockor **kan**
 båda hävda att det är den andres klocka som saktar sig, utan att det leder till något ologiskt.

Men om vi vill **jämföra** klockorna måste F vända tillbaka.
 Vid vändningen är F inte längre i ett tröghetssystem. Hans analys (enl. 2 ovan) är inte längre giltig.
 Det är **F som har rört** sig, och det är hans klocka som saktat sig (hans tid har gått långsammare
 jämfört med vår).*

F kommer att åldras 24 timmar (år) när vi på jorden åldras 32 timmar (år).
 Märkligt, men inte ologiskt!



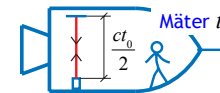
Resonemanget här är lite förenklat. Hur ofta ljuspulser tas emot beror på om sändaren är på väg bort eller mot från mottagaren. Egentligen behöver vi här räkna med former för relativistisk Dopplereffekt, men såvida inte ljuset utgår från kursen, resonemanget fungerar dock det väsentliga vid gäller tidsdilatation.



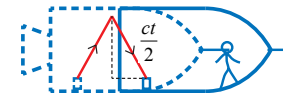
Härledning av tidsdilationsformeln

Förlopp: Ljuspuls studsar mot spegel i rymdskepp
 rör sig med hastigheten v relativt jorden

Sett från rymdskeppet:



Sett från jorden:



Samma ljusfart!

$\frac{vt}{2}$

$$\frac{ct}{2} = \frac{ct_0}{2} + \frac{vt}{2}$$

Pythagoras sats:

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = \left(\frac{ct_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{vt}{2}\right)^2$$

$$c^2 t^2 = c^2 t_0^2 + v^2 t^2$$

$$t^2 (c^2 - v^2) = c^2 t_0^2$$

$$t^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = t_0^2$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Men kan det verkligen vara så här?

Tidsdilatation (-förlängning) och längdkontraktion

Tid och rum ter sig olika

"Tidsdilatationen innebär att själva tiden går långsammare för alla objekt som rör sig i förhållande till en själv." (Holst, s. 40)

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \gamma t_0$$

"I rörelse går klockan alltså långsammare än i vila." (Einstein, s. 68, 70 i Den allm. & spec. rel.teorin)

"En stel stav i rörelse är alltid kortare än samma stav i vila." (Einstein, s. 68, 70 i Den allm. & spec. rel.teorin)

Notera: $t > t_0$, $L < L_0$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Ja! Förutsägelser från speciell relativitetsteori stämmer med experiment!



In 1971 Keating and Hafele operating from the United States Naval Observatory in Washington DC, performed the most famous flying clock experiment. Four commercial caesium atomic clocks were flown around the world on commercial aircraft, firstly travelling from east to west, and then travelling from west to east. The results of the experiment did indeed confirm the relativistic predictions.

To commemorate the 25th anniversary of the Keating and Hafele experiment, NPL featured in a BBC Horizon programme that involved flying a single caesium atomic clock from London to Washington and then back again. The timekeeping properties of atomic clocks had improved very significantly over the 25 years since the original experiment, and as a result relativistic effects would be observable following much shorter clock trips.

Several relativistic effects need to be considered when performing a flying clock trip, including:

- The speed of the aircraft relative to an observer on the ground. This is a result of the special theory of relativity.
- The height and hence gravitational potential of the clock on the aircraft relative to an observer on the ground. This is a result of the general theory of relativity.

Before the start of the experiment, the travelling clock was compared directly against the UK's national timescale at NPL, to establish both its offset and rate. During the flights the height, speed and estimated position of the aircraft were regularly monitored. From these measurements the following predictions were made regarding the expected time gain of the travelling clock relative to NPL's reference timescale.

Results included:

- The combined flight times of 14 hours and mean height in excess of 10 km resulted in a predicted clock gain of 53 ns. This followed the principle that a clock in a weaker gravitational field (higher altitude) will run faster.
- The effect of the aircraft's speed relative to the Earth's surface resulted in a predicted clock loss of 18.1 ns. This followed the principle that a moving clock runs slow.

On return to NPL the travelling clock was predicted to have gained 39.8 ns, including an additional geometric factor. This compared remarkably well with a measured gain of 39.0 ns. We estimated the uncertainty due to clock instabilities and noise to be around ± 2 ns. The short flying clock experiment therefore provided a clear demonstration of relativistic effects.

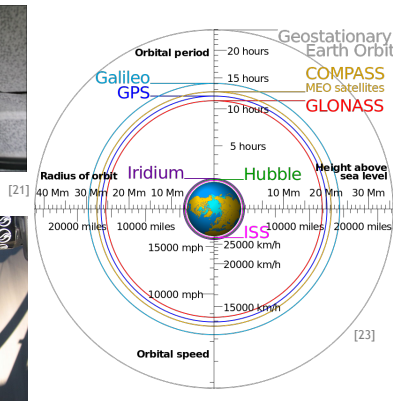
GPS och relativitetsteori

Klocka i GPS-satellit...

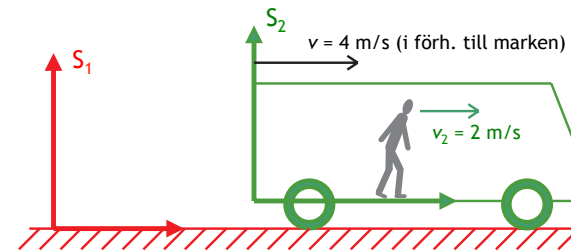
...saktar sig ca 7 μ s/dag p.g.a. tidsdilatation (spec. rel.teori)

...fortar sig ca 46 μ s/dag p.g.a. svagare gravitationsfält (allmän rel.teori)

Utan korrektion för detta skulle felvisningen öka med ca 10 km/dag. [20]



Hastighetsaddition (relativistiskt)



[13]

Klassisk
mekanik

Rel.teori

Klassiskt (Galileo):

Albarts hast.
i förh.
till marken

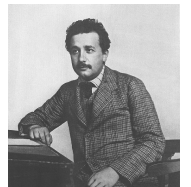
$$v_1 = v + v_2$$

$$= 6 \text{ m/s}$$

Speciell relativitetsteori:

$$v_1 = \frac{v + v_2}{1 + \frac{vv_2}{c^2}}$$

$$\approx 5,999999999999999 \text{ m/s}$$



[3]

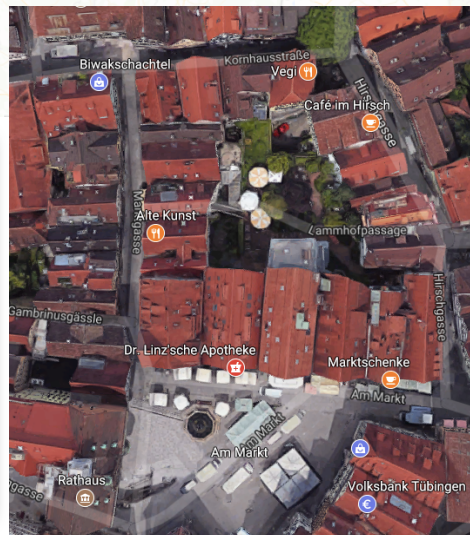
Hur ser det ut när man åker fort?

Snabb åktur genom Tübingen.

Slow motion med faktor ca 2 000 000:



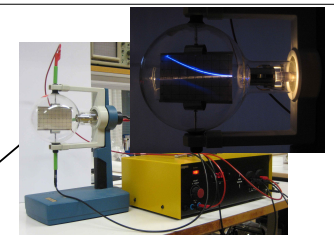
<http://www.spacetime.travel.org/tuebingen/tuebingen.html>



Relativistisk rörelsemängd

Rörelsemängd (för partikel med vilomassan m)

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma mv$$



Gammafaktorn

v	
0,001c	1,0000005
0,1c	1,005
0,5c	1,15
0,9c	2,3
0,999c	22,4
0,999997828c	480
0,999999991c	7454

elektroner
3 keV

protoner
450 GeV

protoner
7 TeV



[26b]

[26]

Energi (partikel)

Rörelseenergi (för partikel med vilomassan m)

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 = mc^2(\gamma - 1) \quad (*)$$

Från matten (Ma 5):

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} \approx 1 + \frac{1}{2}x \quad \text{om } x \text{ litet}$$

Detta ger att (*) för små farter kan skrivas

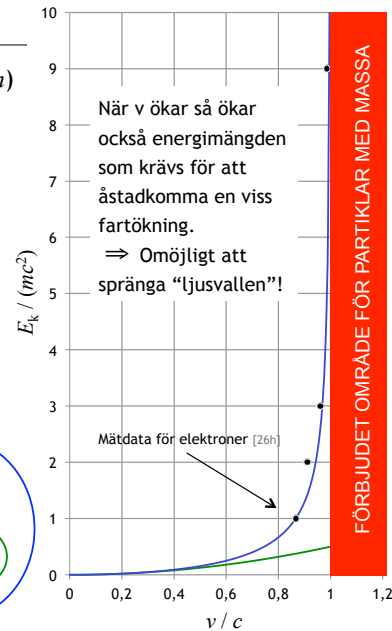
$$E_k \approx mc^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) - mc^2 = \frac{mv^2}{2}$$

För små farter får vi alltså den klassiska formeln för rörelseenergi.

FSS

Rel.teori

Klassisk mekanik



17

Energi (partikel)

Stuva om i (*)

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = E_k + \underbrace{mc^2}_{E_0}$$

total energi = rörelseenergi + viloenenergi

0.511 ELECTRON	105.7 MUON	1777 TAU
< 3 · 10 ⁻⁶ NEUTRINO	< 0.19 NEUTRINO	18.2 NEUTRINO

[27]

En partikel med vilomassan m har viloenenergi

$$E_0 = mc^2$$

Partikelns totala energi är

$$E_{\text{tot}} = E_0 + E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma mc^2$$

Ex: Viloenenergi för en elektron

$$E_0 = 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2 \text{ J} \\ = 8,187 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0,511 \cdot 10^6 \text{ eV} = 0,511 \text{ MeV}$$

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

"elektronvolt"

Energi (system av partiklar)

(viloenergi)
Ett system av partiklar med massan m har massenergi

$$E_0 = mc^2$$

Tillförs systemet energimängden ΔE_0 kommer massan att öka med

$$\Delta m = \frac{\Delta E_0}{c^2}$$

(Om systemet avger energi minskar istället massan.)

"The mass of a body is a measure of its energy content"
(Einstein, 1905)

Mått på systemets tröghet.

(Bättre: Mått på hur mycket energi som krävs för att skapa systemet.) [27b]



19

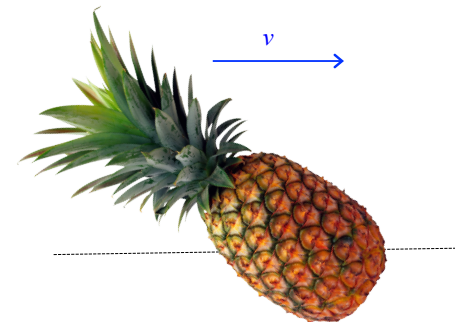
Energi (system av partiklar)

Om systemet som helhet rör sig med farten v är dess (translations-)rörelseenergi

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 = mc^2(\gamma - 1)$$

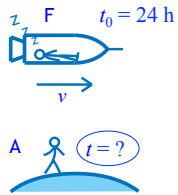
Systemets totala energi är då

$$E_{\text{tot}} = E_0 + E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma mc^2$$



Ett sista räkneexempel

5. Ford har massan 80 kg.
Bestäm hans massenergi.



6. Hur stort arbete måste utträttas för att öka Fords fart till $2,0 \cdot 10^8$ m/s?



20

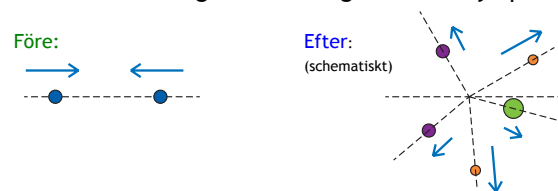
[28]
Sverige 2015: ca 370 TWh = $370 \cdot 10^{12} \cdot 3600 \text{ J} = 1,3 \cdot 10^{18} \text{ J}$

21

FSS

Principen bakom LHC-experimenten

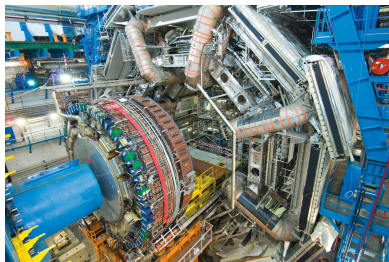
Protoner med hög rörelseenergi krockar. Nya partiklar skapas vid kollisionen!



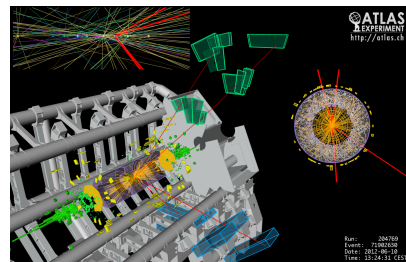
<https://www.youtube.com/watch?v=G403zWVH4g>

Totala massan efter kan vara större än **totala massan före**, bara **totala energin** är bevarad, d.v.s.

summan av mass- och rörelseenergi före = summan av mass- och rörelseenergi efter



[30]

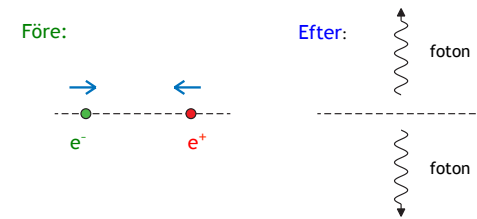


[31]

Lite om antimateria

22

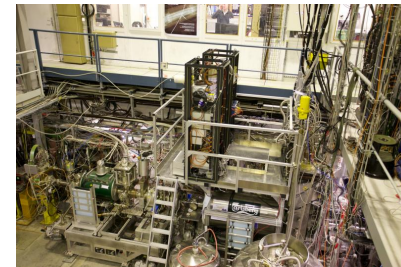
(positron)
En **antielektron** har samma massa som en elektron men positiv laddning.



Om en elektron möter en antielektron förintas de.

All vilo- och rörelseenergi omvandlas till strålningsenergi.

Vid CERN gör man **anti-väte**:



[32]

[33]

Källor

- [1] <http://th.physik.uni-frankfurt.de/~jr/physpiceinstein.html>
- [2] <http://th.physik.uni-frankfurt.de/~jr/physpiceinfam.html>
- [3] <http://th.physik.uni-frankfurt.de/~jr/physpiceinstein.html>
- [4] <http://th.physik.uni-frankfurt.de/~jr/physpiceingroup.html>
- [5] <http://www.lisepedia.se/Konserthallen>
- [6] <http://th.physik.uni-frankfurt.de/~jr/gif/phys/matura.gif>

Resten av källorna finns i pdf-filen på nätet!

Vidareläsning



Ett utsökt universum
av Brian Greene



Den speciella och den allmänna relativitetsteorin
av Albert Einstein



Rumtid
av Sören Holst