

Detta är ett utdrag ur “**En Liten Bok Om Fysik**” -

Christian Karlsson (christian.karlsson@ckfysik.se)

Senast ändrad: 28 augusti 2020

Senaste versionen, och fler kapitel, finns på

www.ckfysik.se/elbof.html

[Tom sida]

Kapitel 7

Vridmoment och mer om jämvikt

En kraft som verkar på ett föremål med utsträckning kan få föremålet att börja rotera. Vi stöter på detta varje gång vi öppnar en dörr. Kraften varmed vi trycker på dörren får dörren att börja rotera kring en vridningsaxel¹ genom gångjärnen. En färja som vänder i en trång hamn kan göra detta med hjälp av bogpropellrar som åstadkommer en kraft på färjan från vattnet, och som gör att färjan vrider sig.



Bilder från en.wikipedia.org/wiki/Manoeuvring_thruster

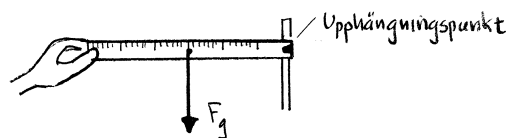
För att beskriva den här typen av situationer ska vi nu införa och bekanta oss med en ny storhet, nämligen vridmoment.

Vi ska också se hur vridmoment kan användas i situationer där föremål inte alls roterar. Om vi ska bestämma krafterna som verkar på ett föremål i jämvikt kan vi, förutom kraftjämvikt (se kapitel NN), använda något som vi kan kalla momentjämvikt för att klara av lite svårare situationer.

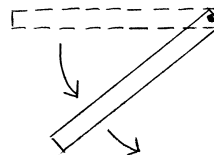
Vridmoment behövs också om vi skulle vilja ge oss i kast med roterande stela kroppar, men detta skall vi inte alls gå in på nu.

7.1 Vridmoment

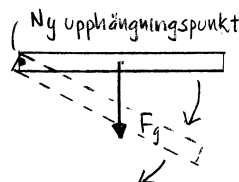
Som inledande exempel betraktar vi en linjal som är upphängd i ena änden och fri att rotera i vertikalkplanet. Vi tar tag i linjalens andra ände och håller linjalen så att den är horisontell.



Om vi nu släpper taget om linjalen kommer tyngdkraften som verkar på linjalen att göra att den börjar vrida sig. Såsom vi ritat figuren ovan kommer linjalen att vrida sig *moturs*.



Om vi hade hängt upp linjalen i andra änden och släppt den hade den vridit sig *medurs*.



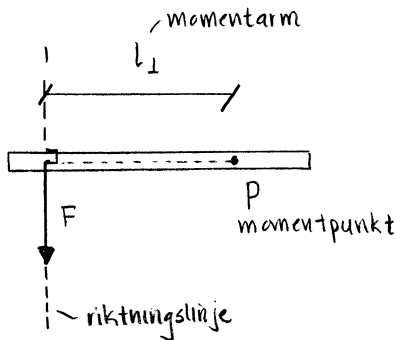
Det här exemplet visar att en kraft, i det här fallet tyngdkraften som verkar på linjalen, kan ha en vridande förmåga. För att beskriva en krafts vridande förmåga inför vi nu storheten *vridmoment*. I en del böcker används ordet kraftmoment istället, men jag tycker att vridmoment är bättre.²

Den riktiga definitionen av vridmoment involverar matematik som ligger utanför gymnasiet,³ men av definitionen följer att vi kan beräkna storleken av en

krafts vridmoment med avseende på någon punkt P (ofta kallad *momentpunkt*) enligt

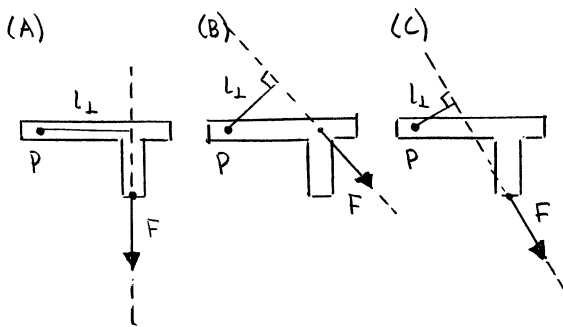
$$M = Fl_{\perp}. \quad (7.1)$$

Här är F kraftens storlek, och l_{\perp} är *momentarmen*,⁴ det kortaste avståndet från momentpunkten till kraftens *riktningslinje*.⁵ Momentpunkten är ofta en punkt (eller vridningsaxel) kring vilken ett föremål kan rotera, men måste inte vara det. Vi är alltid fria att välja momentpunkt var vi vill.



En krafts riktninglinje är en linje som har samma riktning som kraften och som går genom kraftens angreppspunkt. Momentarmen l_{\perp} kan också beskrivas som det vinkelräta avståndet från momentpunkten till kraftens riktninglinje.

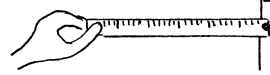
Ibland⁶ kan det vara lite lurigt att få momentarmen rätt. Nedan visas hur vi bestämmer momentarmen i tre olika exempelsituationer (A)–(C). Momentpunkten i varje situation är markerad med P.



Vridmoment har SI-enheten 1 Nm (newtonmeter). Vi har tidigare använt newtonmeter som enhet för arbete (kapitel NN). Men, och detta är ett jättestort men, vridmoment och arbete är två helt olika slags storheter. Arbete är en skalär storhet som anger energiöverföringen vid vissa slags energiomvandlingar, och vridmoment är en storhet som anger en krafts vridande förmåga. Det är alltså skillnad på "arbete-Nm" och "vridmoment-Nm", även om båda skrivs "Nm". Det här är enda gången i gymnasiet som vi råkar ut för att två olika storheter ser ut att ha samma enhet.⁷

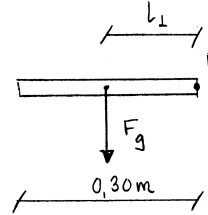
Exempel 7-1

En 30 cm lång linjal hängs upp i ena änden och hålls horisontellt. Linjalen har massan 55 gram.



Hur stort är vridmomentet som tyngdkraften på linjalen utövar på linjalen, med avseende på upphängningspunkten, när den hålls horisontellt?

Lösning: Vi ritlar en figur som visar linjalen och tyngdkraften som verkar på den:



Vi väljer momentpunkt (P) vid upphängningspunkten. Tyngdkraftens storlek:

$$F_g = mg = 0,055 \cdot 9,82 \text{ N} = 0,54 \text{ N}.$$

Eftersom tyngdkraften angriper i tyngdpunkten, som är belägen mitt i linjalen, blir momentarmen här

$$l_{\perp} = \frac{0,30 \text{ m}}{2} = 0,15 \text{ m}.$$

Vridmomentet som tyngdkraften utövar på linjalen (med avseende på upphängningspunkten) har storleken

$$M = Fl_{\perp} = 0,54 \cdot 0,15 \text{ Nm} = 0,081 \text{ Nm}.$$

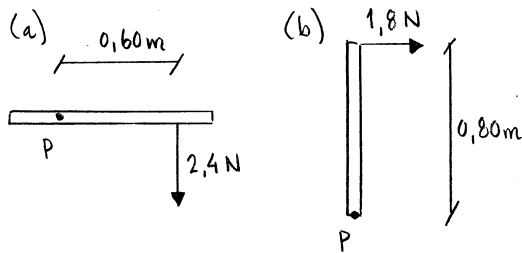
Svar: 0,081 Nm. □

Vridmoment är en vektorstorhet. Vi kommer dock inte att rita några vridmoment-vektorpilar i våra figurer.⁸ Men vi behöver ändå hålla reda på riktningen på något vis. Vi gör det så här: Vi tänker oss att föremålet som kraften verkar på hängs upp i momentpunkten. Sedan tänker vi efter åt vilket håll föremålet hade roterat om vi släppt det, och endast kraften i fråga hade verkat på föremålet (förutom kraften på föremålet vid upphängningspunkten från det som föremålet hängs upp i). Om föremålet hade roterat medurs säger vi att kraftens vridmoment är riktat medurs, och om föremålet hade roterat moturs säger vi att vridmomentet är riktat moturs.

Vi håller alltså reda på riktningen hos ett vridmoment genom att ange om det är riktat medurs eller moturs.⁹

Exempel 7-2

Bestäm kraftens vridmoment i de två fallen nedan. Vald momentpunkt är markerad med P.



Lösning: (a) Kraften strävar efter att vrida staven *medurs* runt P. Vridmomentets storlek:

$$M = Fl_{\perp} = 2,4 \cdot 0,60 \text{ Nm} = 1,4 \text{ Nm.}$$

(b) Kraften strävar efter att vrida staven *medurs* runt P. Vridmomentets storlek:

$$M = Fl_{\perp} = 1,8 \cdot 0,80 \text{ Nm} = 1,4 \text{ Nm.}$$

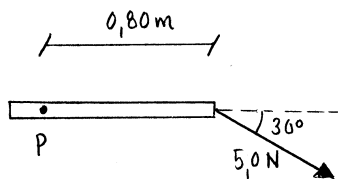
Svar: (a) 1,4 Nm, medurs (b) 1,4 Nm, medurs. □

Notera att vridmomenten i (a) och (b) är lika stora. En mindre krafts vridmoment kan alltså vara lika stort som en större krafts, om momentarmen är större.

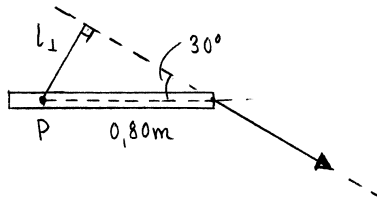
Om det är så att kraften angriper så att en sträcka mellan momentpunkten och kraftens angreppspunkt *inte* är vinkelrät mot kraftens riktninglinje, som i exempel 7-3 nedan, måste vi se upp så att momentarmen blir korrekt.

Exempel 7-3

Bestäm kraftens vridmoment. Vald momentpunkt är markerad med P.



Lösning: Vi ritar först en ny figur där vi tydligt markerar kraftens riktninglinje.



Nu kan momentarmen beräknas med hjälp av trigonometri:

$$\sin 30^\circ = \frac{l_{\perp}}{0,80 \text{ m}}$$

$$l_{\perp} = 0,80 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = 0,40 \text{ m.}$$

Kraften strävar efter att vrida staven medurs. Vridmomentets storlek är

$$M = Fl_{\perp} = 5,0 \cdot 0,40 \text{ Nm} = 2,0 \text{ Nm.}$$

Svar: 2,0 Nm, medurs. □

Ett alternativt sätt att beräkna vridmoment*

Det som nu följer i det här lilla avsnittet, inklusive exempel 7-4 nedan, är egentligen inte nödvändigt. Om du vill kan du återkomma till detta senare, eller helt skippa det. Vi kan alltid, alltid beräkna en krafts vridmoment med avseende på någon momentpunkt med (7.1), men i en del situationer kan det vara smidigare att beräkna vridmomentet på ett alternativt vis.

Om vi vill göra på det här alternativa viset börjar vi med att komponentuppdelar kraften så att vi får reda på kraftens komponent vinkelrät mot sträckan mellan momentpunkten och kraftens angreppspunkt. Den här komponentens storlek kallar vi F_{\perp} . Kraftens vridmoment (med avseende på momentpunkten) ges sedan av¹⁰

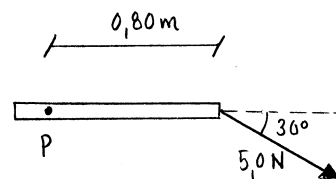
$$M = F_{\perp} a \tag{7.2}$$

där a avståndet mellan momentpunkten och kraftens angreppspunkt.

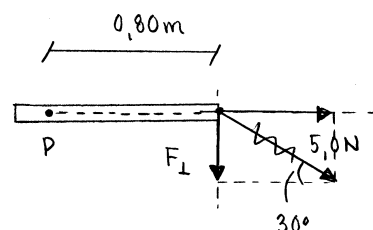
Vi gör om exempel 7-3 ovan med det här sättet att räkna, för att kontrollera att vi får samma svar.

Exempel 7-4

Bestäm kraftens vridmoment. Vald momentpunkt är markerad med P.



Lösning: Vi börjar med att komponentuppdelar kraften enligt figuren nedan.



Storleken av kraftens komponent vinkelrät mot sträckan mellan momentpunkten och kraftens angreppspunkt kan

beräknas med hjälp av trigonometri i "krafttriangeln" i figuren:

$$\sin 30^\circ = \frac{F_\perp}{5,0 \text{ N}}$$

$$F_\perp = 5,0 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 2,5 \text{ N}.$$

Kraften strävar efter att vrida staven medurs. Vridmomentets storlek är

$$M = F_\perp a = 2,5 \cdot 0,80 \text{ Nm} = 2,0 \text{ Nm}.$$

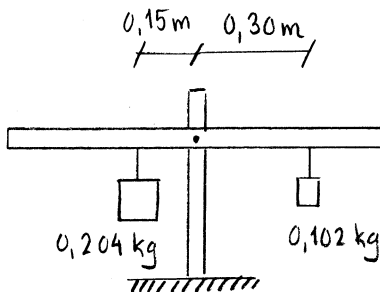
Svar: 2,0 Nm, medurs. □

Det är viktigt att inte blanda ihop de två sätten att räkna. I (7.1) är l_\perp det kortaste avståndet mellan momentpunkten och kraftens riktninglinje, i (7.2) är a avståndet mellan momentpunkten och kraftens angreppspunkt.

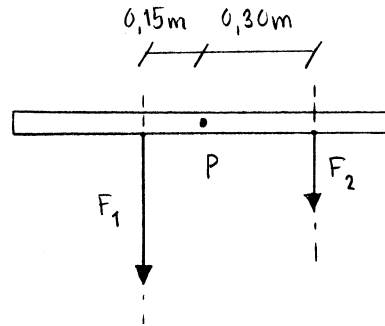
7.2 Momentjämvikt

Nu ska vi se på något intressant. Vi ska se hur vridmoment kan användas för att formulera ett andra jämviktsvillkor. Kanske kommer du ihåg från kapitel NN att vi säger att ett föremål som är i vila eller rör sig med konstant hastighet är i jämvikt.¹¹ Och då sa vi också att om ett föremål är i jämvikt måste det vara så att resultanten till de krafter som verkar på föremålet är noll. Nu ska vi se att vi kan säga mer än så.

Som inledande exempel betraktar vi en stav som vi hänger upp i dess mittpunkt så att den kan rotera i vertikalkplanet. Vi justerar staven så att den är horisontell, och hänger sedan upp två vikter i staven. Den ena vikten, med massan 204 gram, hänger vi på avståndet 15 cm från upphängningspunkten. Den andra vikten har massan 102 gram. För att det ska väga jämnt, och staven förbli i horisontellt läge utan att rotera, behöver vi hänga upp den här vikten på avståndet 30 cm från upphängningspunkten.



Varje vikt påverkar staven med en nedåtriktad kraft som är lika stor som tyngdkraften på respektive vikt.¹² Ritlar vi en kraftfigur som visar dessa krafter ser det ut så här:



Krafternas storlekar är $F_1 = 0,204 \cdot 9,82 = 2,0 \text{ N}$ respektive $F_2 = 0,102 \cdot 9,82 = 1,0 \text{ N}$. I figuren ovan har vi inte ritat ut tyngdkraften som verkar på staven, och inte heller den uppåtriktade kraften på staven från det föremål som staven är upphängd i. Om vi väljer upphängningspunkten som momentpunkt kommer dessa krafter vridmoment att vara noll, och de har inte någon betydelse vid vridmomentberäkningar.

Låt oss nu beräkna respektive krafts vridmoment, med upphängningspunkten som momentpunkt:

$$M_1 = F_1 l_1 = 2,0 \cdot 0,15 \text{ Nm} = 0,30 \text{ Nm (moturs)}$$

$$M_2 = F_2 l_2 = 1,0 \cdot 0,30 \text{ Nm} = 0,30 \text{ Nm (medurs)}$$

Vi passar nu på att införa ett nytt skrivsätt. Vi kommer att använda symbolen \hat{M}_{tot} för att beteckna summan av storlekarna hos alla vridmoment riktade medurs (" \curvearrowright ") som krafter utöver på ett föremål. Symbolen \hat{M}_{tot} använder vi för att beteckna summan av storlekarna hos alla vridmoment riktade medurs (" \curvearrowleft ") som krafter utöver på ett föremål.

Tillbaka till staven. Krafterna \vec{F}_1 och \vec{F}_2 är de enda krafter som utöva vridmoment på staven (så länge vi väljer upphängningspunkten som momentpunkt), så här gäller att $\hat{M}_{\text{tot}} = M_2 = 0,30 \text{ Nm}$ och $\hat{M}_{\text{tot}} = M_1 = 0,30 \text{ Nm}$. Beräkningarna ovan visar alltså att för staven, som är i jämvikt, gäller att $\hat{M}_{\text{tot}} = \hat{M}_{\text{tot}}$.

Det här gäller helt allmänt. Om ett föremål är i jämvikt är det alltid så att summan av alla vridmoment riktade medurs är lika med summan av alla vridmoment riktade moturs som utövas på föremålet, det vill säga $\hat{M}_{\text{tot}} = \hat{M}_{\text{tot}}$.

Om ett föremål är i jämvikt är summan av storlekarna hos alla vridmoment riktade medurs som utövas på föremålet lika med summan av storlekarna hos alla vridmoment riktade moturs som utövas på föremålet, det vill säga $\hat{M}_{\text{tot}} = \hat{M}_{\text{tot}}$.

Vi kallar detta jämviktsvillkor nr 2. Jämviktsvillkor nr 1, som säger att om ett föremål är i jämvikt så är

resultanten till de krafter som verkar på föremålet 0, tog vi upp i samband med krafter i kapitel NN. De två jämviktsvillkoren — ibland pratar vi om kraftjämvikt respektive momentjämvikt — är väldigt användbara när krafter på föremål i jämvikt ska bestämmas.

Om vi skulle vilja ha en riktigt kortfattad formulering av de två jämviktsvillkoren skulle vi kunna skriva så här:

Om ett föremål är i jämvikt gäller att

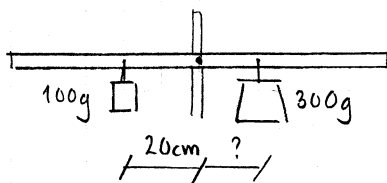
$$\vec{R} = \vec{0} \quad (\text{nr 1, kraftjämvikt})$$

$$\widehat{M}_{\text{tot}} = \widehat{M}_{\text{tot}} \quad (\text{nr 2, momentjämvikt})$$

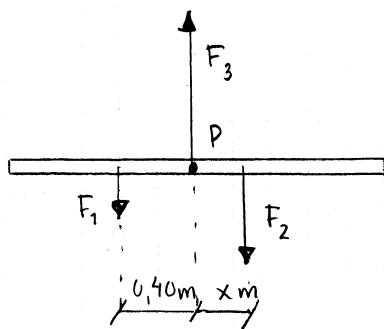
Låt oss nu se hur vi kan använda detta vid problemlösning.

Exempel 7-5

En meterlinjal är upphängd i sin mittpunkt. En 100 g-vikt hängs 40 cm till vänster om upphängningspunkten. Hur långt till höger om upphängningspunkten ska en 300 g-vikt hängas för att meterlinjalen ska hänga stilla horisontellt?



Lösning: Vi frilägger först meterlinjalen och ritar ut de krafter som verkar på den. Vi låter det sökta avståndet vara x meter.



Krafterna på linjalen från vikterna är lika stora som respektive vikts tyngd, det vill säga

$$F_1 = 0,100 \cdot 9,82 \text{ N} = 0,982 \text{ N},$$

$$F_2 = 0,300 \cdot 9,82 \text{ N} = 2,95 \text{ N}.$$

Vi väljer momentpunkt P enligt figuren. Då kommer \vec{F}_1 att vilja vrida linjalen medurs, och \vec{F}_2 moturs.

$$\widehat{M}_{\text{tot}} = F_2 \cdot x \text{ m} = 2,95 \cdot x \text{ Nm}$$

$$\widehat{M}_{\text{tot}} = F_1 \cdot 0,40 \text{ m} = 0,982 \cdot 0,40 \text{ Nm} = 0,393 \text{ Nm}$$

Jämvikt ger nu ($\widehat{M}_{\text{tot}} = \widehat{M}_{\text{tot}}$)

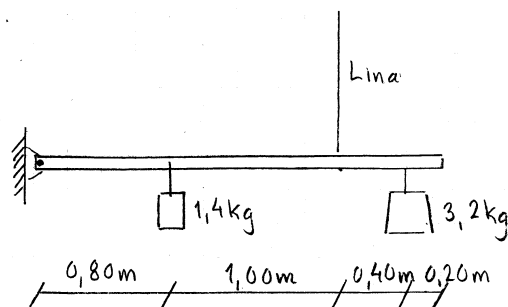
$$2,95 \cdot x = 0,393 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{0,393}{2,95} = 0,13 \text{ (m)}$$

Svar: Vikten ska hängas 13 cm från upphängningspunkten. \square

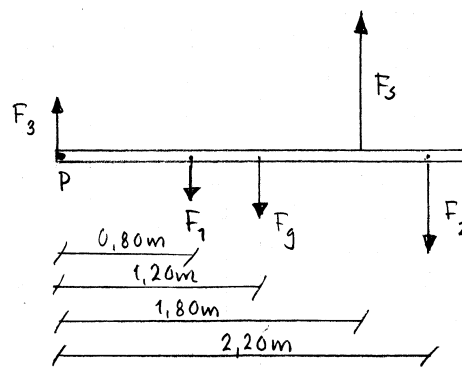
Om vi har flera krafter som utövar vridmoment riktade åt samma håll behöver vi addera vridmoment.

Exempel 7-6

I en en stav med massan 3,0 kg hängs vikter enligt figuren nedan. Staven, vars längd är 2,40 m, är upphängd i ena änden och hålls i horisontellt läge med hjälp av en lina. Bestäm spännkraften i linan.



Lösning: För att bestämma spännkraften i linan bestämmer vi storleken av den kraft varmed linan påverkar staven, F_s . Spännkraften är lika stor som denna kraft. Vi frilägger först staven och ritar ut de krafter som verkar på den.



Tyngdkraften på plankan har storleken

$$F_g = 3,0 \cdot 9,82 \text{ N} = 29,5 \text{ N}.$$

Krafterna på staven från vikterna är lika stora som respektive vikts tyngd, det vill säga

$$F_1 = 1,4 \cdot 9,82 \text{ N} = 13,7 \text{ N},$$

$$F_2 = 3,2 \cdot 9,82 \text{ N} = 31,4 \text{ N}.$$

Vi väljer momentpunkt P enligt figuren. Då kommer \vec{F}_1 , \vec{F}_g och \vec{F}_2 att vilja vrida linjalen medurs, och \vec{F}_s mo-

turs.

$$\begin{aligned}\widehat{M}_{\text{tot}} &= F_1 \cdot 0,80 \text{ m} + F_g \cdot 1,20 \text{ m} + F_2 \cdot 2,20 \text{ m} \\ &= (13,7 \cdot 0,80 + 29,5 \cdot 1,20 + 31,4 \cdot 2,20) \text{ Nm} \\ &= 115,5 \text{ Nm}.\end{aligned}$$

$$\widehat{M}_{\text{tot}} = F_s \cdot 1,80 \text{ m}$$

Momentjämvikt ger nu ($\widehat{M}_{\text{tot}} = \widehat{M}_{\text{tot}}$)

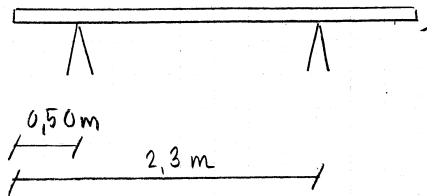
$$\begin{aligned}115,5 \text{ Nm} &= F_s \cdot 1,80 \text{ m} \\ F_s &= \frac{115,5 \text{ Nm}}{1,80 \text{ m}} = 64,2 \text{ N}\end{aligned}$$

Svar: Spännkraften i linan är 64 N. □

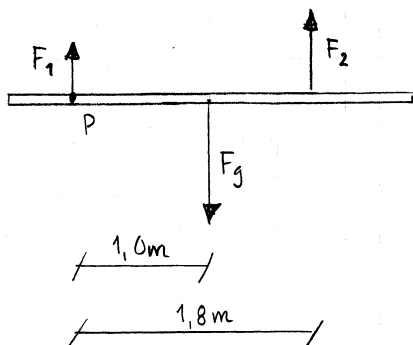
Avslutningsvis ett exempel som visar att vi kan använda momentjämvikt för att bestämma krafter även i situationer där det inte finns någon naturlig vridningsaxel.

Exempel 7-7

En plankan ligger på två stöd enligt figuren nedan. Plankans massa är 4,0 kg. Bestäm krafterna på plankan från de två stöden.



Lösning: Vi frilägger först plankan och ritar ut de krafter som verkar på den.



Tyngdkraften på plankan har storleken

$$F_g = 4,0 \cdot 9,82 \text{ N} = 39,3 \text{ N}.$$

Vi väljer momentpunkt P enligt figuren. Då kommer \vec{F}_g att sträva efter att vrida plankan medurs, och \vec{F}_2 moturs.

$$\widehat{M}_{\text{tot}} = F_g \cdot 1,0 \text{ m} = 39,3 \cdot 1,0 \text{ Nm} = 39,3 \text{ Nm}$$

$$\widehat{M}_{\text{tot}} = F_2 \cdot 1,8 \text{ m}$$

Momentjämvikt ger nu ($\widehat{M}_{\text{tot}} = \widehat{M}_{\text{tot}}$)

$$\begin{aligned}39,3 \text{ Nm} &= F_2 \cdot 1,8 \text{ m} \\ F_2 &= \frac{39,3 \text{ Nm}}{1,8 \text{ m}} = 21,8 \text{ N}\end{aligned}$$

För att bestämma den andra okända kraftens storlek, F_2 , kan vi nu använda kraftjämvikt i vertikalled, vilket ger

$$\begin{aligned}F_1 + F_2 &= F_g \\ F_1 + F_2 &= F_g = 39,3 \text{ N} \\ F_1 &= F_g - F_2 = (39,3 - 21,8) \text{ N} = 17,4 \text{ N}\end{aligned}$$

Svar: Kraften från det vänstra stödet är 17 N (uppåt), kraften från det högra stödet är 22 N (uppåt). □

Här valde vi momentpunkt vid \vec{F}_1 's angreppspunkt. Vi hade lika gärna kunnat välja momentpunkt vid \vec{F}_2 's angreppspunkt. Då hade vi fått F_1 från momentjämvikt, och sedan F_2 från kraftjämvikt.

7.3 Ännu mer om jämvikt*

I lite svårare jämviktsproblem kan vi behöva använda både kraftjämvikt och momentjämvikt för att ställa upp ett ekvationssystem, ur vilket de sökta storheterna sedan kan bestämmas.

Exempel 7-8

[Exempel där både kraftjämvikt och momentjämvikt behöver användas. Ej klart ännu.]

Lösning:

Svar: . □

Sammanfattning

- För att beskriva en krafts vridande förmåga använder vi storheten vridmoment.
- När vi ska beräkna vridmoment måste vi först bestämma oss för momentpunkt, om det inte redan är gjort.
- Om ett föremål är i jämvikt är det så att summan av alla vridmoment riktade medurs är lika med summan av alla vridmoment riktade moturs.

Vridmoment	M	newtonmeter	Nm	(vektor)
------------	-----	-------------	----	----------

Exempel på hur vi pratar:

“En kraft utövar ett vridmoment på ett föremål. Vridmomentet är 75 Nm, riktat medurs (med P som momentpunkt).”

“En krafts vridmoment är 75 Nm, riktat medurs (med avseende på P).”

Fotnoter

- ¹En vridningsaxel kan sägas vara en rät linje runt vilken ett föremål vrider sig.
- ²Vridmoment är något helt annat än kraft, och ordet kraftmoment kan få en att tro annat.
- ³Vridmoment definieras egentligen som en *kryssprodukt*. Jag ska skriva lite mer om detta någon gång. WTD!
- ⁴Är momentarmen egentligen avståndet eller sträckan? Jag ska kolla upp detta. Avstånd i Focus. NE? WTD!
- ⁵Kanske är *verkningslinje* mer korrekt. Jag ska kolla upp detta. Ja, i Focus används verkningslinje.
- ⁶När en sträcka från momentpunkten till kraftens angreppspunkt *inte* är vinkelrät mot kraftens riktninglinje.
- ⁷Anledningen till att det blir så här är att två vektorer (som till exempel en kraftvektor och en förflyttnings- eller sträckavektor) kan multipliceras på två olika sätt. *Skalärprodukten* av vektorna resulterar i ett tal, och *kryssprodukten* av vektorena resulterar i en ny vektor med en viss storlek. Arbete definieras egentligen som en skalärprodukt ($A = \vec{F} \cdot \vec{s}$), och vridmoment definieras som en kryssprodukt ($\vec{M} = \vec{a} \times \vec{F}$). Hur beräkningar av skalär- och kryssprodukter går till i praktiken går vi inte in på nu. Se någon linjär algebra-bok om du vill veta mer, eller det här klippet med Jonas Månsson: <https://www.youtube.com/watch?v=27dfd6Z9KSY>
- ⁸Till exempel är det så att vridmomentvektorn i exempel 7-1 är riktad rakt ut ur papprets plan.
- ⁹Vi måste alltid rita en figur som visar hur vi ser situationen. Om en person tittar på en stav som roterar och ser den rotera medurs, kommer en annan person som ser staven från motsatt håll att se den rotera moturs. Så vad vi menar med "moturs" och "medurs" blir entydigt först när vi har en figur som visar från vilket håll vi betrakter situationen.
- ¹⁰Även detta sätt att beräkna vridmoment följer av definitionen av vridmoment som en kryssprodukt.
- ¹¹Nu när vi börjat nosa på det här med rotationsrörelse kanske vi ska lägga till att även ett föremål som roterar runt sitt masscentrum med konstant vinkelhastighet är i jämvikt. Så ska vi vara noggranna ska vi nog säga så här när vi ska förklara vad vi menar med jämvikt: Ett föremål som är i vila eller vars masscentrum rör sig med konstant hastighet eller som roterar runt sitt masscentrum med konstant vinkelhastighet, sägs vara i jämvikt. Mer om vinkelhastighet i kapitel NN.
- ¹²Här ska jag någon gång skriva något om varför det blir så.

Register

jämviktsvillkor, 4

kraftjämvikt, 5
kraftmoment, 1

medurs, 1
momentarm, 2
momentjämvikt, 5
momentpunkt, 2
moturs, 1

riktningslinje, 2

vridmoment, 1